الثانوية الإعدادية الفضيلة سيدي بنور الأستاذ: عزالدين كندي	مبرهنة فيتاغورس	السنة الثانية ثانوي إعدادي الأسدس الثاني الدرس: 4

ا _ مبرهنة فيتاغورس المباشرة :

مبرهنة 1 :

إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A. فإن مربع وتره يساوي مجموع مربعي ضلعي الزاوية القائمة , أي أن: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

نتيجة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A.
إذن : $AB^2 = BC^2 - AC^2$ و $AC^2 = BC^2 - AB^2$

مثال :

EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث : $FG=5$ و $EF=4$
لنحدد EG ؟

لدينا EFG مثلث قائم الزاوية في E , إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة :

$$EG^2 = FG^2 - EF^2$$
$$=5^2-4^2=25-16$$
$$=9$$

إذن : $EG = 3$ لأن : $EG > 0$

ملاحظة :

تستعمل مبرهنة فيتاغورس المباشرة لحساب الأطوال.

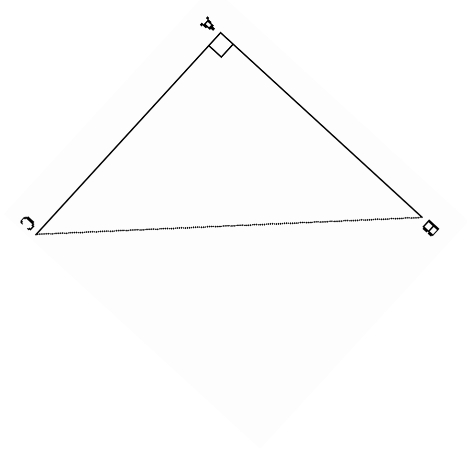
II _ جيب تمام زاوية حادة:

تعريف:

جيب تمام زاوية هو خارج طول الضلع المحادي للزاوية على طول الوتر

بتعبير آخر :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



النسبة $\frac{AB}{BC}$ تسمى جيب تمام الزاوية $A\hat{B}C$.

يرمز لها بالرمز $\cos A\hat{B}C$ و نقرأ cosinus $A\hat{B}C$ و نكتب : $\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC}$

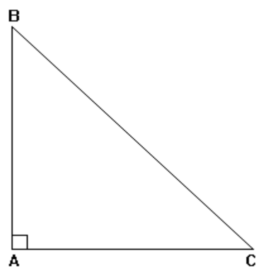
أي: $\cos A\hat{B}C$ هو النسبة بين الضلع المحاذي للزاوية $A\hat{B}C$ و الوتر.

مثال :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث :

BC = 5 cm و AB = 4 cm و AC = 3 cm

لنحسب COS $A\hat{C}B$ ؟



✓ جيب تمام الزاوية $A\hat{B}C$:

$$\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

قاعدة:

مهما كان α قياس زاوية حادة $(0° < \alpha < 90°)$

فإن : $0 < \cos\alpha < 1$

تمارين تطبيقية

تمرين 1

ABC مثلث قائم الزاوية في A.

بحيث: AB = 8cm و AC = 6cm

أحسب BC .

أحسب $\cos A\hat{B}C$

تمرين 2

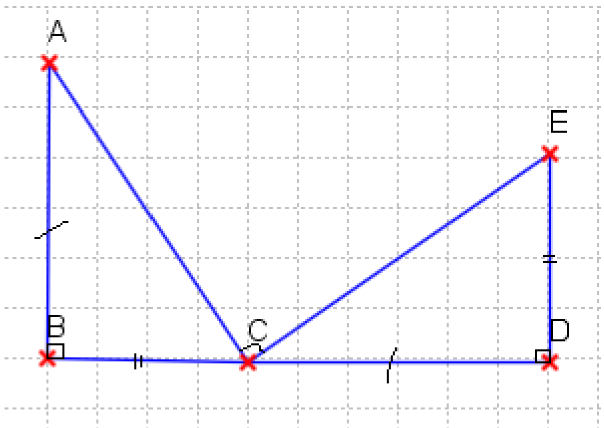
EFG مثلث قائم الزاوية في F.

بحيث: EG = 1cm و EF = 0,6cm

أحسب FG .

تمرين 3

1- انظر الشكل التالي:



2- احسب CE و AC

3- احسب AE^2

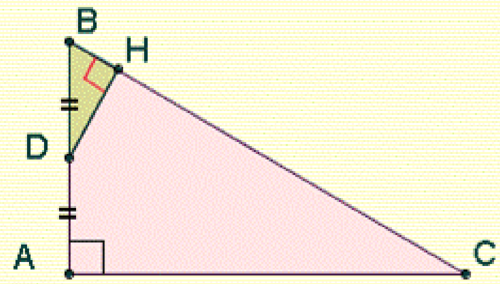
4- أحسب $\cos A\hat{C}B$

ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

حيث أن المستقيم (AD) عمودي على المستقيم (AB) و أن $AB=12/5$ $AD=DC=16/5$

1. احسب AC
2. أحسب BD

تمرين 5 ____________________

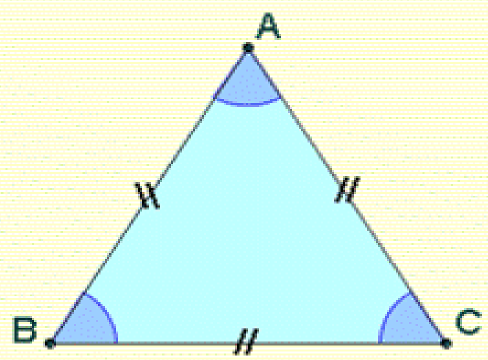


علما أن $AC=8cm$ و $HC=8,2cm$

احسب HB

تمرين 6 ____________________

ABC مثلث متساوي الساقين و D مماثلة النقطة B بالنسبة للنقطة C



نبين أن $AD^2=3AB^2$

لمحة تاريخية:

لقد سميت هذه النظرية " نظرية فيثاغورس" نسبة إلى العالم اليوناني الرياضي " فيثاغورس" الذي يعتقد أنه أول من اكتشف النظرية وبرهنها بشكلها العام. وقد عاش فيثاغورس في القرن السادس قبل الميلاد (582 . 500 ق . م) ، وأسس مدرسة عُرِفَ عُلماؤها بالفيثاغوريين . وهم قد برهنوا النظريات الأساسية في الهندسة المستوية والفراغية ، وكان شعارهم { العَدَدُ أساسُ كُلِّ شَيءٍ } .

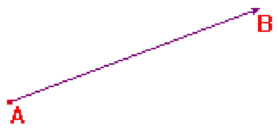
وقد عرف المصريون القدماء حالات خاصة لنظرية فيثاغورس . فمثلاً كانوا يعرفون أن المثلث الذي أطوال أضلاعه 3 ، 4 ، 5 من الوحدات الطولية هو مثلث قائم الزاوية واستعملوا هذه القاعدة في عمل الزوايا القوائم عند بنائهم الأهرام .

الثانوية الإعدادية الفضيلة سيدي بنور الأستاذ: عزالدين كندي	المتجهات والإزاحة	السنة الثانية ثانوي إعدادي الأسدس الثاني الدرس: 5

I) تحديد عناصر متجهة غير منعدمة

A و B نقطتان مختلفتان من المستوى .

- الزوج (A,B) يحدد متجهة يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{AB}$
- المستقيم (AB) يسمى اتجاه المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- منحى [AB] يسمى منحى المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- المسافة AB تسمى معيار أو منظم المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- النقطة A يسمى أصل المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- النقطة B تسمى طرف المتجهة. $\overrightarrow{AB}$

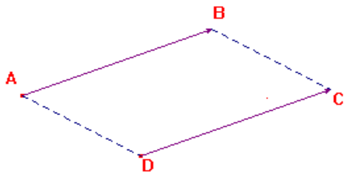


II) تساوي متجهتين

a) تعريف

A و B و C و D أربع نقط من المستوى

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعني أن
AB=DC
(AB)//(DC)
[AB] و [DC] لهما نفس المنحى



b) خاصية لتساوي متجهتين

قاعدة:

إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإن الرباعي ABCD متوازي الاضلاع .

خاصية :

إذا كان الرباعي ABCD متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

c) نتيجة

إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

d) المتجهة المنعدمة

الزوج (A,A) يحدد المتجهة المنعدمة ويرمز لها بالرمز $\overrightarrow{0}$ ونكتب $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.

المتجهة المنعدمة $\overrightarrow{0}$ ليس لها إتجاه وليس لها منحى وطولها يساوي 0.

III) مجموع متجهتين

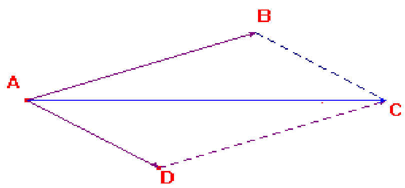
ABCD متوازي الأضلاع .

المتجهة $\overrightarrow{AC}$ هي مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$.

a) تعريف :

مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ هو المتجهة $\overrightarrow{AC}$

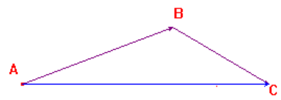
حيث ABCD متوازي الاضلاع ونكتب : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$



b) علاقة شال

خاصية :

كيفما كانت النقطA و B و C فإن $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ هذه العلاقة تسمى علاقة شال



c) مقابل متجهة

A و B نقطتان لدينا $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

إذن $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$

المتجهة $\overrightarrow{AB}$ تسمى مقابل المتجهة $\overrightarrow{BA}$

المتجهة $\overrightarrow{BA}$ تسمى كذلك مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ لهما نفس الإتجاه ونفس الطول لكن منحاهما متعاكسان .

d) قاعدة جمع ثلاث متجهات

لجمع ثلاث متجهات نجمع متجهتين منهما ونظيف على مجموعهما المتجهة الثالثة .

مثال :

نعتبر $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{EF}$ لنحدد : $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{EF}$

(كتابة مجموع عدة متجهات متساوية

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB}$$

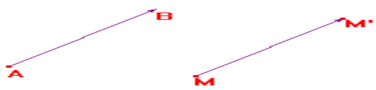
إذا كان $n\overrightarrow{AB}=\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\ldots\ldots\overrightarrow{AB}}_{n \text{ مرة}}$

IV) مفهوم الإزاحة

تعريف:

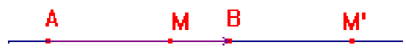
M' هي صورة النقطة M بالإزاحة التي تحول النقطة A إلى النقطة B يعني أن

$$\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{AB}$$



- (AB) و (MM') مستقيمان لهما نفس الإتجاه
- المنحى من M نحو M' هو المنحى من A إلى B .
- AB=MM'
- الرباعي ABM'M متوازي الأضلاع

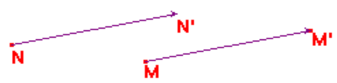
إذا كانت M نقطة من المستقيم (AB) فإن
M' صورة M بالإزاحة T التي تحول A إلى B
تنتمي إلى المستقيم (AB) حيث أن للقطعتين [AM'] و[BM] نفس المنتصف



خاصية :

على التوالي N و M هما صورتي N و M' إذا كانت '

متوازي الاضلاع.N'N'MM فإن T بازاحة



تمارين تطبيقية

تمرين 1:

ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD].

قارن عناصر المتجهتين $\overrightarrow{AB},,,,,\overrightarrow{CD}$

تمرين 2:

ABCD مستطيل.

قارن عناصر المتجهتين $\overrightarrow{AC},,,,,\overrightarrow{BD}$

تمرين 3:

ABCD رباعي بحيث ل [CA] و [DB] نفس المنتصف.

بين أن: $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$

A و B و C ثلاث نقط من المستوى أنشئ النقطة D بحيث: $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$

تمرين 5:

ABCD متوازي الأضلاع. أتمم ما يلي:

$$\overrightarrow{DA}=........ \qquad \overrightarrow{AB}=.....$$
$$\overrightarrow{CD}=....... \qquad \overrightarrow{BC}=.....$$
$$\overrightarrow{CA}=..... \qquad \overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=....$$

تمرين 6:

ABC مثلث.

1) أنشئ النقطتين M و N بحيث:

$\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CM}$ و $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

2) بين أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BN}$

3) استنتج أن B منتصف [AN].

تمرين 7:

بسط ما يلي:

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$$
$$\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{GH}$$
$$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{HA}$$
$$\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{ND}$$

تمرين 9:

ABCD متوازي الأضلاع.

1) حدد صورة النقطة D بالإزاحة التي تحول A إلى B.

2) حدد صورة النقطة A بالإزاحة التي تحول A إلى B.

3) حدد صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول D إلى A.

4) أنشئ E صورة C بالإزاحة التي تحول A إلى B.

5) بين أن: $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CE}$

أيها التلاميذ أيتها التلميذات في هذه الفترة الصعبة يجيب اتخاذ أمور بجدية اعتمدوا على انفسكم
"الله ولي التوفيق"
