Chapitre 4 :

Triangle rectangle et cercle

zagmouzene

prof: Omar Idouakrim

Classe
2APIC

Contenu de cours

I. Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle :

Propriété ❶ :

Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant de ses sommets.

Autrement dit :

ABC est un triangle rectangle en A.

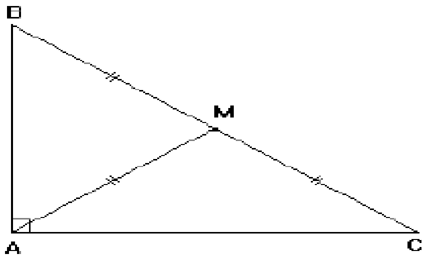
Si M est le milieu du segment $[BC]$ **alors :** $MA = MB = MC$ **et**

$AM = \frac{1}{2}BC$

Exemple :

ABC est un triangle rectangle en A.

M est le milieu du segment $[BC]$ **donc** $MA = MB = MC$



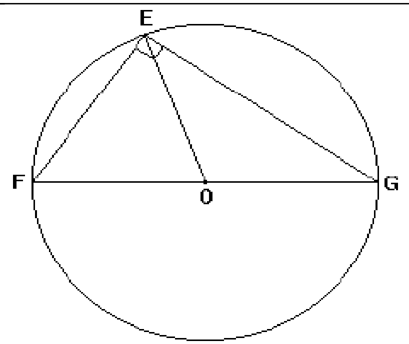
Propriété ❷ :

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est un diamètre de son cercle circonscrit.

Conséquence :

EFG est un triangle et (C) **son cercle circonscrit**

- **Si EFG est un triangle rectangle alors :**
  - ✓ **Le centre du cercle** (C) **est le milieu du segment** $[FG]$.
  - ✓ **Le rayon du cercle** (C) **est** $\frac{1}{2}FG$



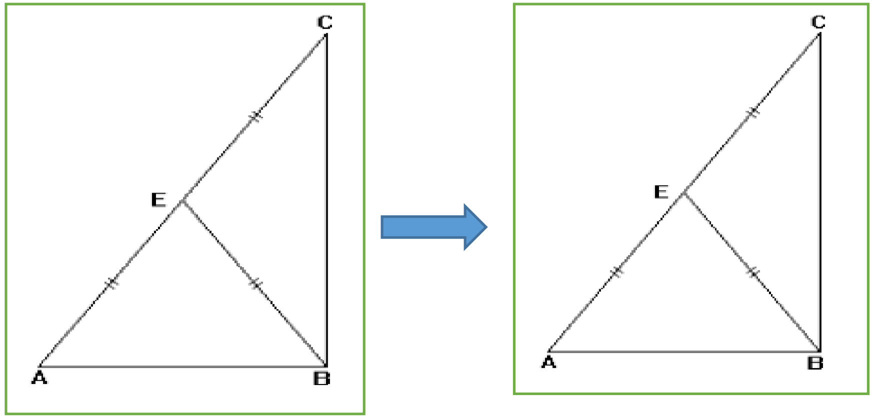
La propriété réciproque de l'hypoténuse d'un triangle rectangle :

Propriété ❸ :

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[BC]$.

Si $IA = IB = IC$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

Exemple :



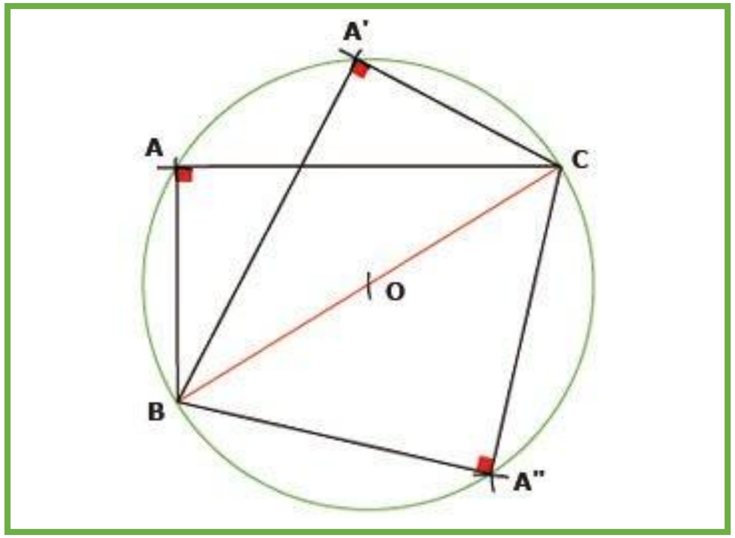
ABC est un triangle
E le milieu de $[AC]$
et
$EA = EB = EC$

ABC est un triangle rectangle en B

La propriété réciproque du cercle circonscrit au triangle rectangle :

Propriété ④ :
Soient A, B et C trois points d'un cercle de centre O.
Si O est le milieu du segment $[BC]$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

Exemple :
On a ABC est un triangle rectangle en A et $A'BC$ est un triangle rectangle en A' et $A''BC$ est un triangle rectangle en A'' .



II. Théorème de Pythagore :

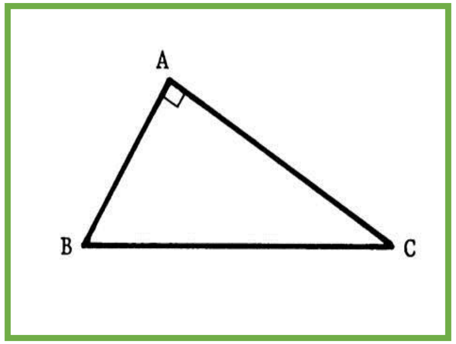
Théorème :
Si ABC est un triangle rectangle alors le carré de l'hypoténuse est égale la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Autrement dit :
Si ABC est un triangle rectangle en A alors :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

Exemple ❶:
ABC est un triangle rectangle en A

$BC^2 = AB^2 + AC^2$



Remarque :
ABC est triangle rectangle en A :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
Donc $AB^2 = BC^2 - AC^2$ et $AC^2 = BC^2 - AB^2$

Exemple ❷ :
EFG est un triangle rectangle en E tels que EF=3cm et EG=4cm.
Calculer FG.

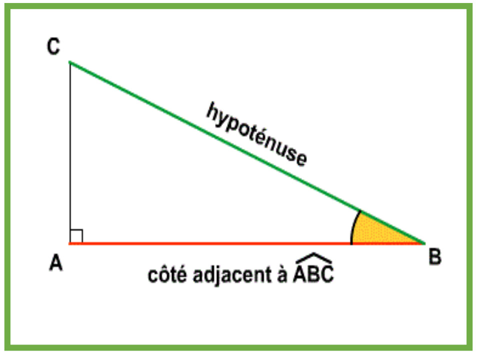
III. Cosinus d'un angle :

Définition :

Le cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle est le rapport entre les longueurs du côté adjacent et de l'hypoténuse.

$$\frac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$$

Exemple :



On utilisons des symboles :

ABC est un triangle rectangle en A.

Le Cosinus de l'angle $A\hat{B}C$ **est** $\cos A\hat{B}C = \dfrac{AB}{CB}$.

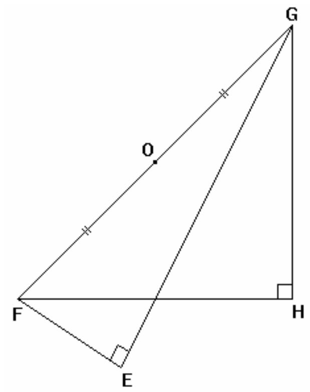
Remarque :

Puisque l'hypoténuse est le plus grand côté d'un triangle rectangle alors le cosinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1 c-à-d : $0 \langle \cos A\hat{B}C \langle 1$

Les applications

Application 1 :

On considère la figure ci-dessous :



FGH et EFG sont deux triangles rectangles en H et E respectivement.

Montrer que $OE = OH$

Application 2 :

EFG est un triangle isocèle en E , et H le symétrique du point F par rapport au point E.

1) **Construire la figure.**

   Quelle est la nature du triangle EFG ? justifier ta réponse.

Application 3 :

Soit (C) **le cercle de diamètre** $[AB]$**. D et C sont deux points de ce cercle tels que les deux droites** (AC) **et** (DB) **sont sécantes en I. et les deux droites** (BC) **et** (AD) **sont sécantes en J.**

1) **Construire la figure.**
2) **Montrer que les points C ; D ; I ;et J sont appartiens au même cercle en trouvant son diamètre.**

Application ❹ :

EFG est un triangle en E. tels que EG=5cm et FG=8cm.

Calculer EF

Application ❺ :

Soit ABC est un triangle rectangle en A tels que :
AB=3cm et AC=4cm.

Calculer $\cos A\hat{B}C$ **.**